

Übungen zur Vorbereitung – Lösungshinweise

Aufgabe 2

b) Verwenden Sie zur Kontrolle einen Graphikrechner, zum Beispiel <https://www.geogebra.org>

Aufgabe 3

$$\text{a)} \quad \sum_{k=1}^4 3^{4-k} 2^k = 130 \quad \sum_{i=1}^{10} 3 = 30 \quad \sum_{j=1}^{999} \frac{1}{j(j+1)} = \sum_{j=1}^{999} \frac{1}{j} - \frac{1}{j+1} \stackrel{\text{d1}}{=} \frac{999}{1000}$$

$$\text{b)} \quad \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k^2} \quad \sum_{k=1}^6 (-1)^k \frac{1}{k} \quad \sum_{k=1}^4 \frac{x^k}{2^k}$$

$$\text{c1)} \quad 500500$$

$$\text{c2)} \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{c3)} \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

$$\text{d1)} \quad \sum_{i=p}^n (a_i - a_{i-1}) = a_n - a_{p-1} \quad \sum_{i=p}^n (a_i - a_{i+1}) = a_p - a_{n+1}$$

$$\text{d2)} \quad (1-q) \sum_{k=0}^n q^k = (1 + q + q^2 + \dots + q^n) - (q + q^2 + q^3 + \dots + q^{n+1}) = 1 - q^{n+1}$$

$$\text{d3)} \quad \dots = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} \sum_{j=0}^k \frac{1}{2^j} \stackrel{\text{d2}}{=} 2 \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} - 2 \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^{2k+1}} \stackrel{\text{d2}}{=} 4 \left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) - \frac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{4^{n+1}}\right) = \frac{8}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4^n} - \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \sum_{k=1}^n a_k b_k &\stackrel{\text{Hinweis}}{=} \sum_{k=1}^n (A_k - A_{k-1}) b_k = \sum_{k=1}^n A_k b_k - \sum_{k=1}^n A_{k-1} b_k \stackrel{(*)}{=} \sum_{k=1}^n A_k b_k - \sum_{k=0}^{n-1} A_k b_{k+1} \\ &= A_n b_{n+1} + \sum_{k=1}^n A_k (b_k - b_{k+1}), \text{ wobei bei } (*) \text{ eine Indexverschiebung durchgeführt wurde.} \end{aligned}$$