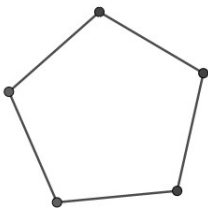




Wir möchten regelmäßige Sterne aus regelmäßigen Vielecken erzeugen und diese mathematisch untersuchen.

Um die Sterne zu erzeugen, benötigen wir eine Vorschrift, nach der die Eckpunkte der Vielecke miteinander verbunden werden.

Die Vorschrift: **Verbinde einen Eckpunkt des n -Ecks mit dem k -nächsten Eckpunkt (im Uhrzeigersinn).**



Das n in n -Eck steht für die Anzahl an Ecken, die das Vieleck hat. Das Fünfeck(5-Eck) links hat 5 Ecken. Das n ist hier also eine 5.

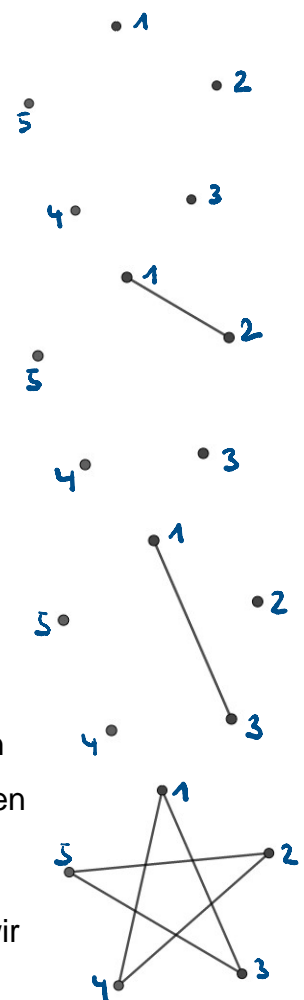
Jetzt müssen wir noch klären, was „der k -nächste Eckpunkt“ bedeutet. Dafür nummerieren wir zur Übersicht die Ecken des 5-Ecks und lassen die Kanten weg.

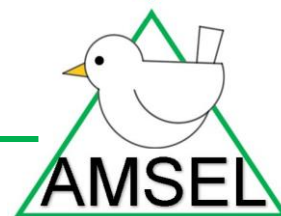
Wir starten mit der Ecke oben mit der Nummer 1. Wäre k eine 1, würden wir jede Ecke mit der im Uhrzeigersinn (erst)nächsten Ecke verbinden. Dann bekommen wir allerdings keinen Stern, sondern das ursprüngliche 5-Eck.

Ist $k = 2$, dann müssen wir jede Ecke mit der zweitnächsten Ecke verbinden. Das ist die Ecke mit der Nummer 3. Die Ecke 3 verbinden wir wieder mit der zweitnächsten Ecke, also der 5. Ecke. Die 5. Ecke mit der 2. Ecke und die 2. Ecke mit der 4. Ecke. Zum Schluss müssen wir nur noch die 4. Ecke mit der 1. Ecke verbinden und wir haben einen Stern. (Tipp: Zeichne die Schritte selbst nach.)

Weitere Sterne gibt es für das 5-Eck nicht. Denn für $k=3$, also wenn wir jede Ecke mit der drittnächsten Ecke verbinden, bekommen wir den gleichen Stern wie bei $k=2$. (Probiere es aus.) Genauso ist es mit $k = 4$. Da erhalten wir wieder das 5-Eck. (Teste auch das.)

Aus dem 5-Eck können wir nur einen Stern mit $k=2$ in der Vorschrift erzeugen. (Wir könnten auch $k=3$ nehmen, doch wir wählen immer die kleinere Zahl, wenn mehrere möglich sind. Das ist übersichtlicher.)



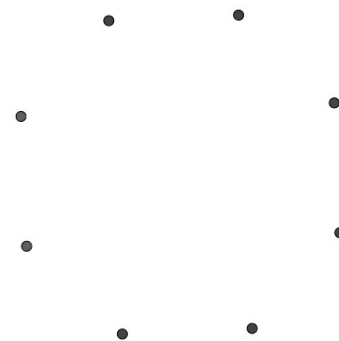
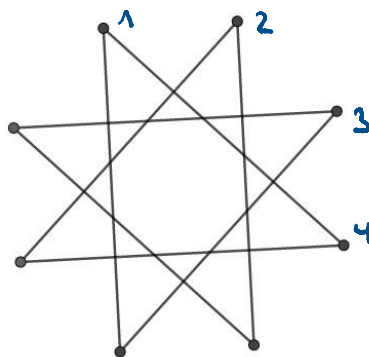
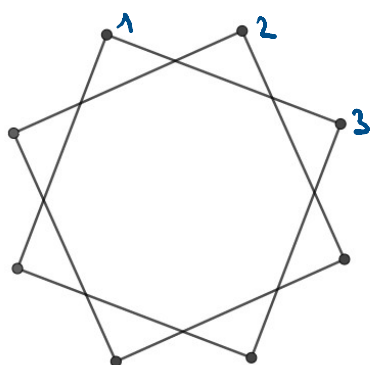


Wir schauen uns noch ein weiteres Beispiel an, und zwar $n=8$, also das Achteck.

Beim 8-Eck gibt es zwei unterschiedliche Sterne.

Für $k=2$ gibt es den Stern links, der aus zwei Vierecken entstanden ist.

Für $k=3$ gibt es den Stern rechts, der sich ohne Abzusetzen zeichnen lässt.



Das Einfärben:

Beim Zeichnen der Sterne, entstehen im Stern kleinere Flächen, die wir einfärben können. Gleich große Flächenstücke sollen die gleiche Farbe bekommen.

Beim Stern aus dem 8-Eck, bei dem jede zweite Ecke miteinander verbunden ist ($k=2$), werden 2 Farben benötigt.

Beim Stern aus dem 8-Eck, bei dem jede dritte Ecke miteinander verbunden ist ($k=3$), werden 3 Farben benötigt.

