


Aufgabe 1: Schnelle Schildkröte 

6 Punkte

Ein Paradox ist eine Geschichte, die einen (scheinbar) unauflösbaren Widerspruch enthält. Im Antiken Griechenland dachte sich Zenon von Elea dieses Paradox aus:

Zu seiner Belustigung verlangt der König, dass Achilles (ein trojanischer Held) einen eher außergewöhnlichen Wettkampf bestreiten soll: Achilles muss auf einer 2000 Meter langen Strecke ein Wettrennen gegen eine Schildkröte laufen. Die Schildkröte läuft 1 Meter pro Sekunde. Achilles ist sehr sportlich und läuft 10 Mal so schnell wie die Schildkröte, also 10 Meter pro Sekunde. **Damit das Rennen fair bleibt, erhält die Schildkröte 1000 Meter Vorsprung.**

Beide laufen los. **Nach 100 Sekunden hat Achilles den Startpunkt der Schildkröte (1000 m) erreicht. Doch diese ist in der Zwischenzeit 100 Meter weitergekommen. Nach 10 weiteren Sekunden erreicht Achilles den Punkt, an dem die Schildkröte gerade eben noch stand (1100 m). Doch diese ist in der einen Sekunde auch wieder 10 Meter vorangekommen.** (→ Siehe Zeichnung auf der nächsten Seite)

Immer wenn Achilles also zur Schildkröte aufschließt, ist diese ein Stück weitergelaufen. Das kann man unendlich lange weiterführen...

a) Kann Achilles die Schildkröte einholen, wenn man dieser Logik folgt? Was ist der Widerspruch in diesem Paradox? Schreibe ein paar Sätze.

b) Betrachte die Zeichnung auf der nächsten Seite. Wir wollen aufzeichnen, wo sich die beiden Läufer zu welcher Zeit befinden.

Überlege dir dazu, wie lange Achilles benötigt, um zu dem Punkt zu gelangen, an dem die Schildkröte gerade noch war. Achilles läuft 10 Meter in einer Sekunde. Überlege dir dann, welche Strecke die Schildkröte in dieser Zeit läuft. (Sie läuft 1 Meter in einer Sekunde.)

Zeichne mit diesen Überlegungen die nächsten 2 Schritte in der Zeichnung ein.

c) Fülle jetzt die Tabelle aus:

	Schritt 1	Schritt 2	Schritt 3	Schritt 4	Schritt 5	...
Achilles	0 m	1000 m				
Schildkröte	1000 m	1100 m				
Benötigte Zeit	-	100 s				

Unendlichkeit

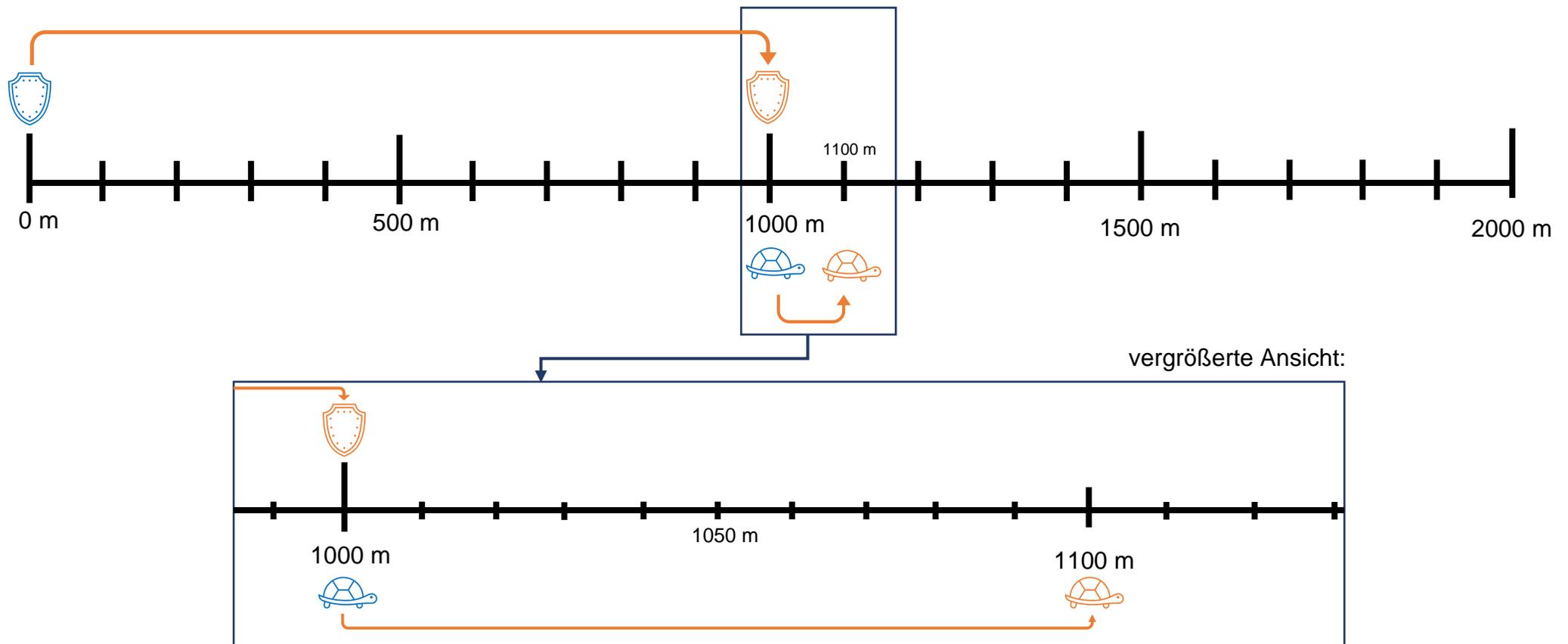
4. Aufgabenblatt:

Achilles: 

Schildkröte: 

Anfang,

Nach 100 Sekunden



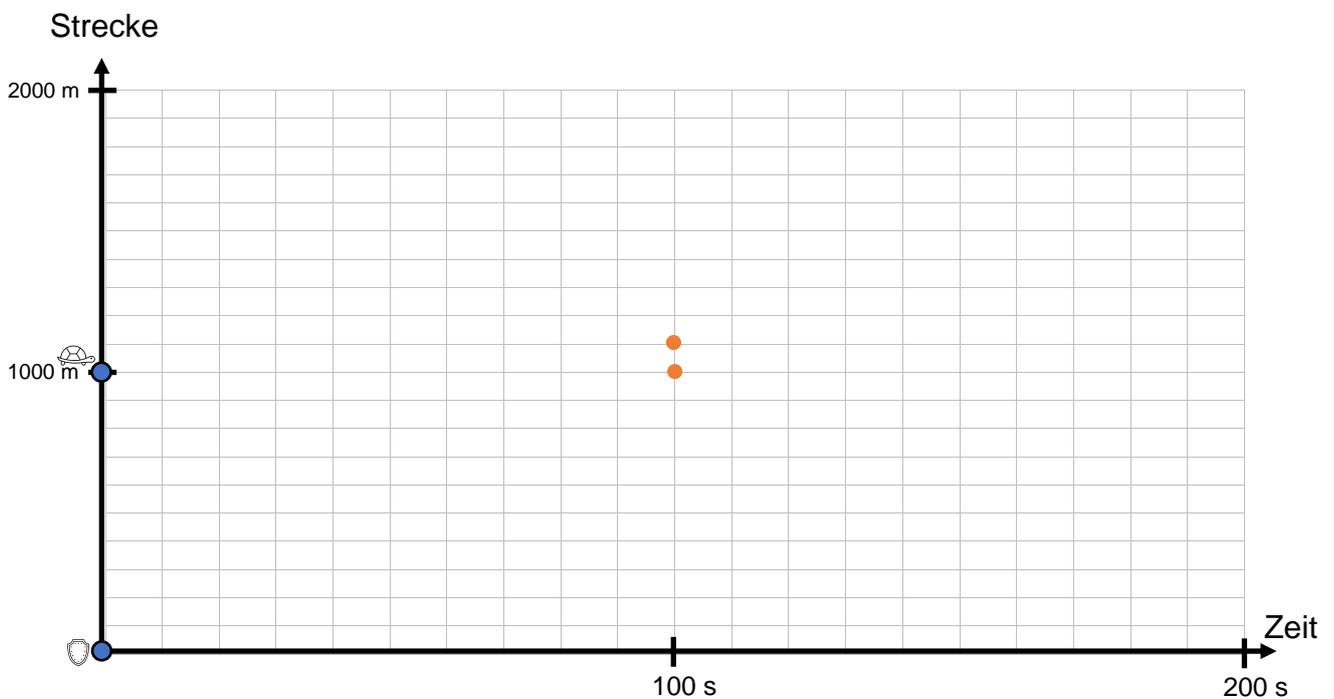

Aufgabe 2: Langsame Schildkröte? 

8 Punkte

a) Achilles läuft 10 Meter in einer Sekunde. Also läuft er _____ Meter in 200 Sekunden.

Die Schildkröte läuft 1 Meter in einer Sekunde. Also läuft sie _____ Meter in 200 Sekunden.

b) Zeichne die Punkte aus der Tabelle in 1c) und 2a) in das Diagramm ein und verbinde die Punkte, sodass du eine Linie für Achilles und eine für die Schildkröte hast. (Beachte das Infoblatt)



c) Überholt Achilles die Schildkröte? Wenn ja, wann?

d) Erkläre in ein paar Sätzen, wieso es im Paradox so scheint, als würde Achilles die Schildkröte nicht einholen können. Was ist die Lösung für das Paradox?

**Aufgabe 3: Unendlicher Strand**

6 Punkte

Unendlich hat ein besonderes Zeichen in der Mathematik: ∞

a) i) Berechne: $\infty + 1 =$ _____

Es ist ein schöner Sommertag. Simon – der Strandbademeister – betreut heute Strandabschnitt A. Es ist ein riesiger Strand mit unendlich vielen Liegen, die durchnummeriert sind: 1, 2, 3, ... Heute ist viel los. Alle Liegen sind besetzt: Besucher 1 liegt auf Liege 1, Besucher 2 auf Liege 2, ... Anna hat beim Frühstück in Hilberts Hotel etwas geträdelt und trifft erst jetzt am Strand ein.

- ii) Erkläre, was Simon tun kann, damit Anna noch einen Platz auf einer Liege findet. Er kann mit einem Megafon den Besuchern Anweisungen geben. Aber welche Anweisung muss er geben, damit Anna einen Platz auf der ersten Liege bekommt und jeder weiß, wo er hin muss?

b) i) Berechne: $2 \cdot \infty =$ _____

Am benachbarten Strand genossen ebenfalls unendlich viele Menschen auf unendlich vielen Liegen den Sommertag. Es wird eine Feuerqualle gesichtet. Die Gäste verlassen panisch ihren Strand und strömen zum uns bekannten Strandabschnitt A.

- ii) Erkläre, welche Anweisung Simon den Badegästen geben muss, damit die zusätzlichen Gäste auch noch einen Platz bekommen und jeder weiß, wo er hin muss.

Die Lösungen können bis zum 29.03.25 abgegeben werden.

Name und Nummer des Aufgabenblattes angeben.

Entweder eingescannt als PDF (eine zusammenhängende Datei) per **Mail**

an amsel@math.kit.edu

oder rechtzeitig per **Post** an

Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik Abteilung für Didaktik

Kristina Beck

Englerstr. 2

76131 Karlsruhe

